

Теорема Котельникова

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

(Перенаправлено с Теорема отсчётов Уиттакера — Найквиста — Котельникова — Шеннона)

Теоре́ма Коте́льникова (в англоязычной литературе — *теорема Найквиста*) гласит, что, если аналоговый сигнал $x(t)$ имеет ограниченный спектр, то он может быть восстановлен **однозначно и без потерь** по своим **дискретным** отсчётам, взятым с частотой не менее удвоенной максимальной частоты спектра F_{max} :

$$f_{\text{дискр}} \geq 2 \cdot F_{max},$$

где F_{max} — верхняя частота в спектре, или (формулируя по-другому) по отсчётам, взятым с периодом не реже полупериода максимальной частоты спектра F_{max} :

$$T_{\text{дискр}} \leq \frac{1}{2 \cdot F_{max}}.$$

Т.е. для дискретизации аналогового сигнала без потери информации частота отсчётов должна быть как минимум в два раза выше верхней граничной частоты спектра сигнала.

Содержание

- 1 Пояснение
- 2 История открытия
- 3 См. также
- 4 Публикации

Пояснение

Такая трактовка рассматривает *идеальный случай*, когда сигнал начался бесконечно давно и никогда не закончится, а также не имеет во временной характеристике точек разрыва. Именно это подразумевает понятие "*спектр, ограниченный частотой F_{max}* ". Разумеется, реальные сигналы (например, звук на цифровом носителе) не обладают такими свойствами, т.к. они конечны по времени и, обычно, имеют во временной характеристике разрывы.

Соответственно, их спектр *бесконечен*. В таком случае полное восстановление сигнала невозможно и из теоремы Котельникова выплывает **2 следствия**:

- Любой аналоговый сигнал может быть восстановлен с **какой угодно точностью** по своим дискретным отсчётам, взятым с частотой

$$f_{\text{дискр}} \geq 2 \cdot F_{max},$$

где F_{max} — максимальная частота, которой мы ограничили спектр реального сигнала.

- Если максимальная частота в сигнале **превышает половину частоты прерывания**, то **способа восстановить** сигнал из дискретного в аналоговый без искажений **не существует**.

Говоря шире, теорема Котельникова утверждает, что непрерывный сигнал можно представить в виде следующего ряда:

$$\sum x(k\Delta t) \frac{\sin(\pi F_D(t - k\Delta t))}{\pi F_D(t - k\Delta t)}.$$

Под интегральной суммой написана формула отсчётов функции $x(t)$. Мгновенные значения этой функции есть значения дискретизированного сигнала в каждый из моментов времени.

История открытия

Теорема была сформулирована В. А. Котельниковым в 1933 году в его работе «О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи» и является одной из основополагающих теорем в теории и технике цифровой связи.

См. также

- Частота Найквиста
- Элементарный цифровой канал
- Экстраполятор нулевого порядка
- Экстраполятор первого порядка

Публикации

- Н. Nyquist, «Certain topics in telegraph transmission theory», Trans. AIEE, vol. 47, pp. 617—644, Apr. 1928.
- Котельников В. А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи — Всесоюзный энергетический комитет. // Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности, 1933.
- С. Е. Shannon, «Communication in the presence of noise», Proc. Institute of Radio Engineers, vol. 37, no.1, pp. 10—21, Jan. 1949.

Источник — http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%9A%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%B0

- Последнее изменение этой страницы: 21:23, 18 декабря 2008.
- Текстовое содержимое доступно в соответствии с GNU Free Documentation License.